

# Concave sliding isolator's performance under multi-directional excitation

Giuseppe Lomiento\*, Noemi Bonessio\*\*, Gianmario Benzoni\*\*\*

**SUMMARY** – *Due to their large displacement capability and stable energy dissipation associated with a compact shape and new highly performing materials, the use of concave sliding isolators have been continuously increasing for application in buildings and bridges. In this paper the results of dynamic tests on full scale devices are presented. Their response was studied in a wide velocity range, for bi-directional patterns under different compressive loads. In this range of loading characteristics, which is typical of design for earthquake excitation, the behavior of these isolators appears significantly affected by the multi-directionality of the motion, and more specifically by the degradation of the coefficient of friction due to heating phenomena at the sliding surface. An analytical model, applicable to the prediction of bi-directional sliding behavior of friction-based isolators has been experimentally validated. Results of this study suggest that these phenomena should be considered in the design of structures equipped with these popular anti-seismic devices.*

**Keywords:** *Friction Pendulum System (FPS), seismic isolation, analytical model, multi-directional excitation.*

## Introduction

The Friction Pendulum System (FPS) is currently among the most widely used technology for seismic isolation of bridges, buildings, and industrial facilities due to its appealing features. The compact shape of the sliding concave isolators, with considerably lower height with respect to elastomeric bearings of similar capabilities, makes them extremely convenient for retrofit applications. Their most relevant characteristics include the large displacement capacity, which is limited only by the in-plane geometric dimensions of the device, and the capability of imposing an isolated period to the structure that is primarily controlled by the radius of curvature of the concave sliding surface.

Since the initial development and testing on a two-story frame structure (Zayas et al. 1987), many experimental and numerical studies have been conducted on sliding concave isolators. Mokha et al. (1991) presented the results of shake table tests on a  $\sim 1/3$  downscaled six-story steel moment-resisting frame in which the ratio of height to maximum distance between bearings was 2.25. Experimental results showed the effectiveness of the FPS bearings in reducing inter-story drifts and residual displacements. Force and displacement of the isolators induced by mono-directional earthquake excitations were predicted with an accuracy of  $\pm 20\%$  by the numerical model. Significant improvements to the model were proposed by Tsai et al. (1997), which developed a general finite element formulation for 3D motion including local bending moments at the bottom

of the isolator and vertical force variation. The model implemented by Almazan et al. (1998) is capable of simulating the uplift and impact of the slider in the vertical direction. An analytical formulation including the P- $\Delta$  effects was presented in Almazan et al. (2002), which showed that for structures subjected to impulsive ground motions the small-displacement models may lead to discrepancies up to 20% in global response and over 50% in local response such as the normal force in the isolators or the inter-story deformations.

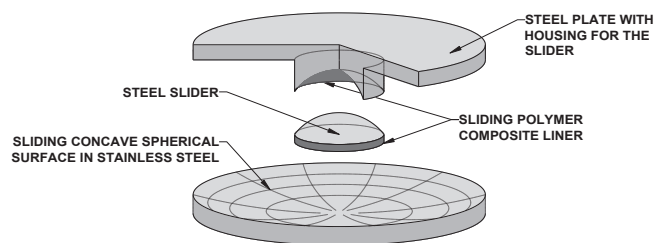
Specific studies were focused on the frictional behavior at the interface of the stainless steel surface and sliding material. Most of the early studies, which deal with fluoropolymers such as the PTFE, clearly show the dependency of friction forces on the contact pressure and the sliding velocity (Constantinou et al. 1990, Chang et al. 1990, Mokha et al. 1993; Soong and Constantinou 1994; Bondonet and Filiatrault 1997). Similar dependency was observed also for recently manufactured sliding isolators that use hydrocarbon high strength polymers as sliding materials (Lomiento et al. 2011).

Recent development of testing facilities allowed testing full scale isolators across a range of realistic vertical loads and sliding velocities for multi-directional excitations (Benzoni et al. 2011, Lomiento et al. 2012). When compared with experimental results, the prediction based on commonly accepted models of concave sliding isolators appears sometimes inadequate. Based on a large set of experimental results, Lomiento et al. (2013) indicated that accounting for the friction degradation induced by heat generated during the sliding motion can be crucial for a correct assessment of forces, displacements and energy dissipation induced by earthquake excitations. The availability of experimental results from bi-directional tests allows validating, under bi-directional excitations, the friction model proposed by Lomiento et al. (2013). With this goal the results

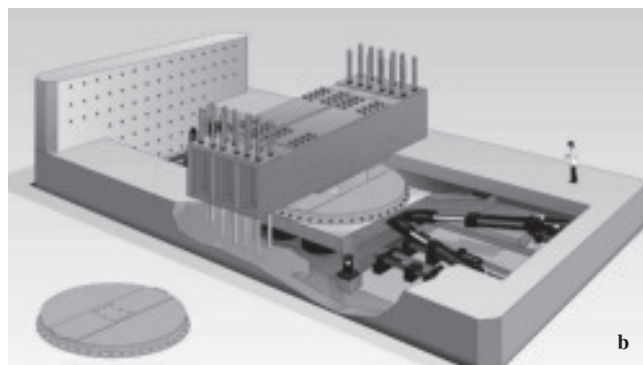
\* Department of Structural Engineering, University of California San Diego, La Jolla, California, USA, glomiento@ucsd.edu

\*\* Department of Structural Engineering, University of California San Diego, La Jolla, California, USA, nbonessio@ucsd.edu

\*\*\* Department of Structural Engineering, University of California San Diego, La Jolla, California, USA, benzoni@ucsd.edu



a



b

Fig. 1. (a) Schematic of concave sliding bearing (Lomiento et al. 2013); (b) typical test setup at the Caltrans SRMD shake table.

(a) Schema di un dispositivo a pendolo scorrevole (Lomiento et al. 2013); (b) tipica installazione di un dispositivo sulla tavola vibrante del laboratorio Caltrans SRMD.

Tab. 1. Geometric characteristics of the isolator.

Geometric dimension	length (mm)
A	435
a	180
R	2235
r	375
T	40
t	120
h	160
$d = r - h$	215

of experimental tests on a concave sliding isolator are presented hereafter. The analysis of the experimental results allows also an accurate study of the pendulum mechanism as well as of the directionality of the friction forces.

## Experimental campaign

The friction isolator under investigation is a single pendulum device, consisting of an upper steel plate with housing cap for the slider, a bottom plate with a concave semi-spherical stainless steel surface, and a lentil-shaped articulated slider lined by a high bearing capacity polymer, as shown in Fig. 1(a). The full scale isolator was tested at the Caltrans Seismic Response Modification Device (SRMD) Laboratory at the University of California San Diego, equipped with a 6 DOFs shake table specifically designed for full scale testing of isolators and energy dissipators (Benzoni and Seible 1998). The displacement range of the table in longitudinal direction is  $\pm 1.22$  m with a maximum horizontal capacity of 9000 kN and a vertical load capacity of 53400 kN. The peak velocity of the table longitudinal motion is 1.8 m/s. The installation procedure of the device on the testing machine was consistent with the standard installation of isolation devices. The device bottom plate was connected to the table and the top portion, above the slider, was bolted to the vertical reaction beam that represents a fixed reference, as shown in Fig. 1(b). In each test, the table was raised to impose the vertical load to the device and then commanded to the requested 3D motion.

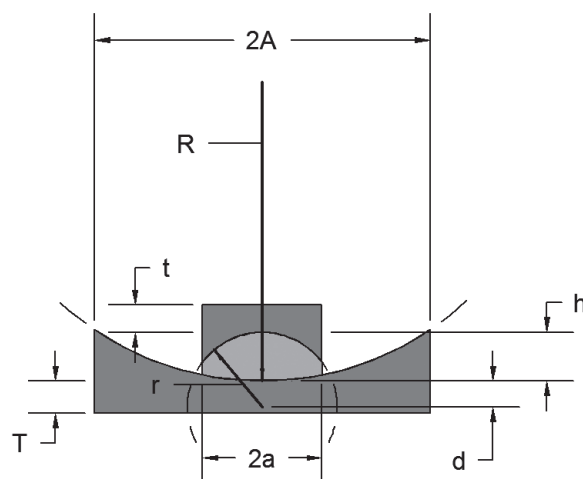


Fig. 2. Geometric dimensions.  
Dimensioni geometriche del dispositivo.

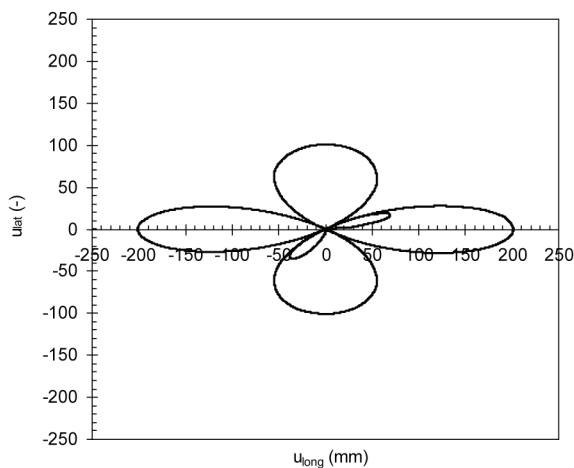
Tab. 2. Testing summary.

Test #	Test type	Vertical load $N$ (kN)	Contact pressure $p_c$ (MPa)	Peak Long. Displ. $D_{long}$ (mm)	Peak Long. Vel. $V_{long}$ (mm/s)	Peak Lat. Displ. $D_{lat}$ (mm)	Peak Lat. Vel. $V_{lat}$ (mm/s)
01	CL	3263	15	200	90	100	45
02	CL	6525	30	200	90	100	45
03	CL	13050	60	200	90	100	45
04	CL long. comp.	6525	30	200	90	–	–
05	CL lat. comp.	6525	30	–	–	100	45

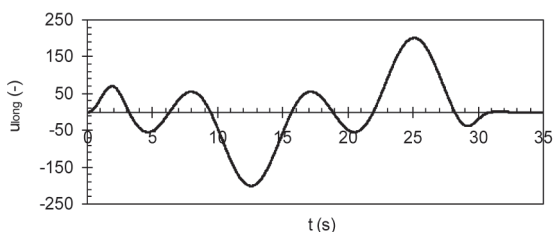
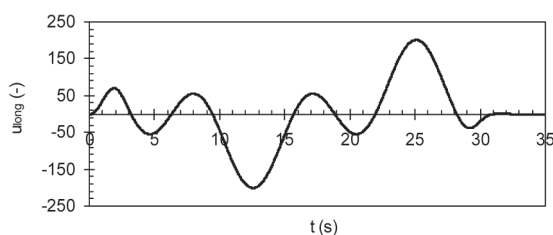
Legend: CL = cloverleaf test;  $p_c = N/\pi a^2$ , with  $N > 0$  vertical compression load.

The geometric characteristics of the isolator are reported in Table 1, with all the labels graphically presented in Fig. 2.

Cloverleaf bi-directional tests were performed on the isolator under three different vertical loads. The main characteristics of the tests are specified in Table 2. Cloverleaf tests were used to check the accuracy of



a



b

Fig. 3. Cloverleaf test: (a) in plane trajectory and (b) longitudinal and lateral components of motion.

Test Cloverleaf (quadrifoglio); (a) percorso nel piano orizzontale; (b) componenti di moto longitudinale e laterale.

the prediction model for bi-directional motion. Mono-directional tests, with single cloverleaf components in longitudinal and lateral direction, were also completed for comparison with the related bi-directional tests. The cloverleaf displacement pattern in the horizontal plane is shown in Fig. 3(a). The applied displacement time histories in the two perpendicular directions are reported in Fig. 3(b). The loops of limited amplitude applied at the beginning and the end of the run are introduced to avoid excessive levels of acceleration.

### Friction pendulum behavior

The geometry of the isolator (e.g. curvature and size of the sliding surface and the slider) and the characteristics of the materials (e.g. pressure strength) as well as characteristics of the system like the coefficient of friction, concur together in controlling the displacements and the forces experienced by the superstructure under seismic loads. The friction pendulum behaviour

is commonly separated into two components (Zayas et al. 1987): the restoring force  $F_r$  and the friction force  $F_f$ . The resultant horizontal force  $F_h$  across the isolator can be expressed in the general format as:

$$F_h = i_r \cdot F_r + i_f \cdot F_f \quad (1)$$

where  $i_r$  and  $i_f$  are unit vectors expressing the directions of the restoring force  $F_r$  and the friction force  $F_f$ . The restoring force is directly associated with the pendulum behaviour of the isolator due to the curvature of the sliding surface, while the friction force is generated at the interface between the sliding surface and the slider.

### Pendulum behavior

The pendulum behavior is generated by the semi-spherical shape of the sliding surface and aimed at producing a lateral restoring force related to the vertical load acting on the isolator. The lateral stiffness associated with the restoring force is a function of the vertical load and the isolator's geometry. The computation of the restoring force requires the study of the kinematics of the three components of the device, presented in Fig. 4(a) and Fig. 4(b). Horizontal radial displacement  $u$  and vertical displacement  $w$  can be expressed as a function of the position of the slider, identified by the angle  $\theta$ , and the device's geometry. Under the hypotheses of null deformations of the isolator components, negligible rotations of the top and bottom plates compared to the angle  $\theta$ , and frictionless contact, closed form expression can be obtained for the displacements  $u$  and  $w$ .

As shown in Fig. 4(b), the displacement pattern of the upper plate of the isolator lies on a spherical surface of effective radius (Fenz and Constantinou 2008):

$$R_{eff} = R + d \quad (2)$$

In the original formulation of the pendulum behaviour proposed by Zayas (1987) and used in early studies (Tsai 1997, Almazan et al. 1998), the physical dimensions of the slider have been neglected and the effective radius has been approximated by the curvature radius of the sliding surface  $R$ . In many

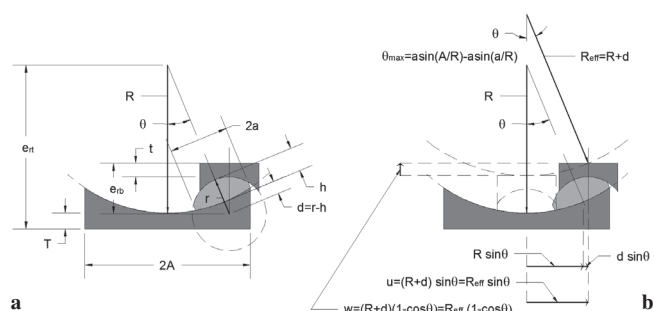


Fig. 4. (a) Deformed geometry; (b) kinematics of a friction pendulum isolator.

(a) Configurazione deformata; (b) cinematica di un isolatore a pendolo scorrevole.

Tab. 3. Exact and approximated equations for basic performance parameters.

Variable	Exact expression	Simplified expression	Error for $A < R/3$
Maximum angle	$\theta_{\max} = \sin^{-1}\left(\frac{A}{R}\right) - \sin^{-1}\left(\frac{a}{R}\right)$ (3a)	$\theta_{\max} = \frac{A-a}{R}$ (3b)	$< 2\%$
Radial disp.	$u = R_{\text{eff}} \sin \theta$ (4a)	$u = R_{\text{eff}} \theta$ (4b)	$< 2\%$
Vertical disp.	$w = R_{\text{eff}} (1 - \cos \theta)$ (5a)	$w = R_{\text{eff}} \theta^2 / 2$ (5b)	$< 3\%$

Tab. 4. Exact and approximated expressions of FPS forces.

Variable	Exact expression	Simplified expression	Error for $A < R/3$
Contact force	$F_c = \frac{N}{\cos \theta}$ (6a)	$F_c = N$ (6b)	$< 6\% \frac{A-a}{A}$
Contact pressure	$p_c = \frac{N}{\cos \theta} \frac{1 + \sqrt{1 - (a/R)^2}}{2\pi a^2}$ (7a)	$p_c = \frac{N}{2\pi a^2}$ (7b)	$< 6\% \frac{A-a}{A}$
Restoring force	$F_r = K_r \cdot u = \frac{N}{R_{\text{eff}} \cos \theta} \cdot u$ (8a)	$F_r = K_r \cdot u = \frac{N}{R_{\text{eff}}} \cdot u$ (8b)	$< 6\% \frac{A-a}{A}$

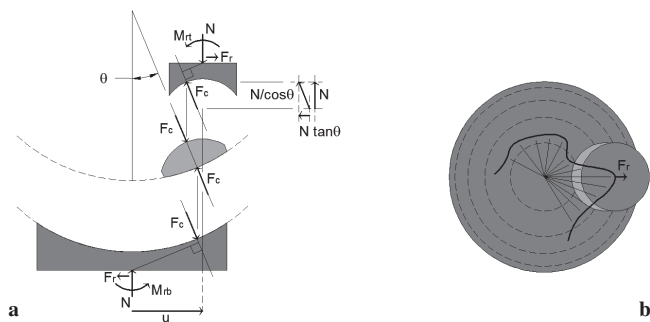


Fig. 5. (a) Force balance of a friction pendulum isolator; (b) in-plane direction of the restoring force along a generic sliding path. (a) Equilibrio delle forze; (b) direzione in pianta della forza di richiamo per un moto generico dell'isolatore.

recently manufactured isolators, the effective radius  $R_{\text{eff}}$  is noticeably different from the curvature radius  $R$ , mainly due to the reduced thickness of the isolators. For the isolator object of the present study,  $R_{\text{eff}}$  is  $\sim 10\%$  higher than  $R$ .

Simplified closed-form expressions for the displacements can be obtained by assuming the small-angles approximation. For isolators with an in-plane radius of the concave surface  $A < R/3$ , the errors associated with this approximation are very limited (less than 3% of the closed-form exact values), with maximum errors achieved at maximum displacement. The exact and simplified equations for the maximum allowable angle  $\theta$ , the radial displacement  $u$ , and the vertical displacement  $w$  are proposed in Table 3.

From the force balance of Fig. 5(a) the lateral restoring force  $F_r$ , the contact force  $F_c$ , the top  $M_r$  and bottom  $M_{rb}$  moments generated by the restoring force can be expressed as functions of the vertical load  $N$ , the displacement projection on the horizontal plane  $u$  and the isolator's geometry. Exact and simplified expressions for  $F_r$ ,  $F_c$ , and the average contact pressure  $p_c$  are reported in Table 4. The lateral restoring stiffness  $K_r$  is defined in Eq. 8.

It should be noted that the errors associated with the

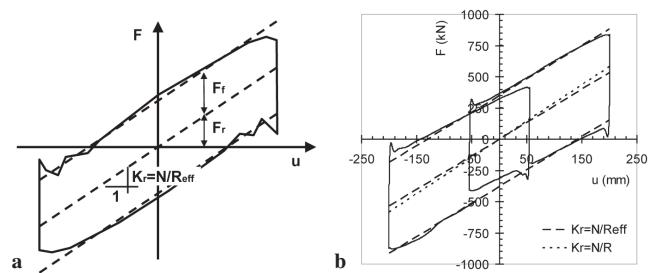


Fig. 6. Restoring force contribution in a mono-directional force-displacement loop under constant vertical load: (a) schematic; (b) experimental data from test 04.

Ciclo forza-spostamento per una prova mono-direzionale a carico verticale costante: (a) forma schematica; (b) risultati sperimentali per il test 04.

approximate expressions are generally higher than the errors achieved when predicting the kinematics of the isolator. However, the errors are significantly reduced as the  $R/A$  ratio increases. For the device under study, characterized by  $A \approx R/5$ , the error at maximum displacement is  $< 1\%$ .

As shown in Fig. 5(b), the lateral restoring force  $F_r$  is always directed towards the geometric center of the sliding concave surface. For a reference axes system with origin at the center of the isolator, the vector of the restoring force directions is given by:

$$i_r = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{u} \quad (9)$$

In this model negligible imperfections of the concave surface and eccentricities in the positioning of the slider are assumed.

If Eqs. 8(b) and 9 are substituted into Eq. 1, the contribution of the restoring force  $F_r$  is linear under constant vertical loads with the slope given by the restoring stiffness  $K_r$ .

The frictional force contribution  $F_f$  is added to the restoring force  $F_r$  to produce the generic performance loop of Fig. 6(a). In Fig. 6(b), the restoring force contribution is plotted over the experimental loops for the mono-directional test 04.



It must be noted that the stiffness based on the radius  $R$  is higher than the actual stiffness obtained by using the effective radius  $R_{eff}$  (Eq. 8 (b)). The restoring force based on  $R_{eff}$  appears in good agreement with the experimental evidence as documented by the upper and lower portion of the loop of Fig. 6(b).

Associated with the restoring force, moments  $M_{rt}$  and  $M_{rb}$  are generated at the top and the bottom of the isolator, respectively. These moments are originated by the eccentricity of the contact force with respect to both the top and bottom plates. From the rotational equilibrium, the following equations are obtained:

$$M_n = F_r \cdot e_n = F_r \cdot (r + t) \quad (10)$$

$$M_{rb} = F_r \cdot e_{rb} = F_r \cdot (R + T) \quad (11)$$

where  $e_{rt}$  and  $e_{rb}$  are the lever arms of  $F_r$  from the top and the bottom plate, respectively (Fig. 4). It should be noted that generally  $e_{rb} > e_{rt}$  (2275 mm and 345 mm for the current device). Even if moments at the top plate can sometimes be neglected, the moment at the bottom plate could be significantly high and should be included in the analysis of the structure supporting the isolation system. The maximum moments reached during test 04 are as high as  $M_{rb} = 1192$  kNm and  $M_{rt} = 180$  kNm. This type of isolators are also quite often installed in a reverse configuration, with the housing cap at the bottom. In this occurrence also the moments are reversed, with the higher moment at the top of the isolator.

## Frictional behaviour

The top and bottom frictional forces acting on the slider create an overturning moment, which is balanced by a shift of the contact forces  $F_c$  with respect to the theoretical position of Fig. 5(a). In the present study, this misalignment is neglected for simplicity.

The in-plane eccentricity of the frictional forces generates a torsional moment that can results in a rotation of the slider about its normal axis acting simultaneously with the translational sliding motion. Due to the concurrence of rotational and translational movements, the frictional contribution to the resisting force is not parallel to the projection of the velocity vector on the horizontal plane. In Fig. 7(a), the angular shift of the frictional force with respect to the velocity vector is labeled as  $\Delta\phi$ . In Fig. 7(b) the direction of the frictional force, the velocity vector and the restoring force are plotted for a given instant of the cloverleaf test 02.

In Fig. 8 the angles  $\phi$  of both the velocity and the force vector, from the reference direction of motion, are compared. The angle shift at each instant is given by the difference between the angle of the frictional force and the angle of the velocity vector and was found approximately constant during all the cloverleaf tests. Based on experimental results the angular shift can be calculated as:

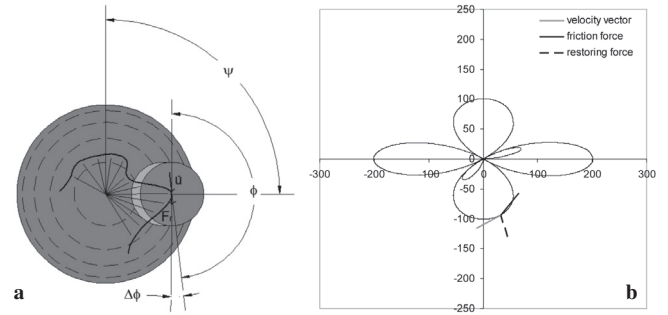


Fig. 7. Angular shift of the frictional force with respect to the velocity vector: (a) schematic; (b) experimental data from test 04.

Differenza angolare tra il vettore della forza di attrito e il vettore velocità: (a) schema; (b) risultati sperimentali per il test 04.

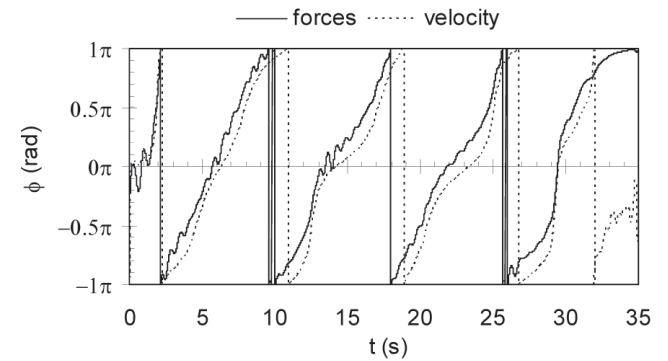


Fig. 8. Directional angle  $\phi$  of friction force and velocity for test 04.

Angoli  $\phi$  dei vettori velocità e forza, misurati rispetto alla direzione longitudinale del moto per il test 04.

$$\Delta\phi \approx 4 \cdot \sin^{-1}(h/R_{eff}) \quad (12)$$

where  $h$  is the height of the slider and  $R_{eff}$  the effective curvature radius. For flat sliding surfaces (i.e.  $R_{eff} \rightarrow \infty$ ), the angle shift becomes null and the frictional force is parallel to the velocity vector. For the isolator under investigation, an angular shift  $\Delta\phi \approx 14^\circ$  was identified.

Due to the angular shift, the directional vector of the frictional force is given by:

$$i_f = \begin{bmatrix} \sin(\phi_f) \\ \cos(\phi_f) \end{bmatrix} \quad (13)$$

where  $\phi_f = \arctan 2 \left( \frac{\sin(\phi_v + \dot{\phi}_v / |\dot{\phi}_v| \Delta\phi)}{\cos(\phi_v + \dot{\phi}_v / |\dot{\phi}_v| \Delta\phi)} \right)$  is the angle

of the friction force and  $\phi_v = \arctan 2 \left( \frac{\nu_y}{\nu_x} \right)$  is the angle of the velocity with  $\nu_x$  and  $\nu_y$  the orthogonal components of the velocity vector. Arctan2 is the arctangent function with two arguments, which can distinguish between diametrically opposite directions.

According to the simplified Coulomb theory for sliding bodies, the frictional force is directly proportional to the applied load and opposed to the sliding motion. The sliding coefficient of friction is considered independent by the effective contact area and the sliding velocity. It is however experimentally demonstrated that this theory cannot be applied to concave sliding devices

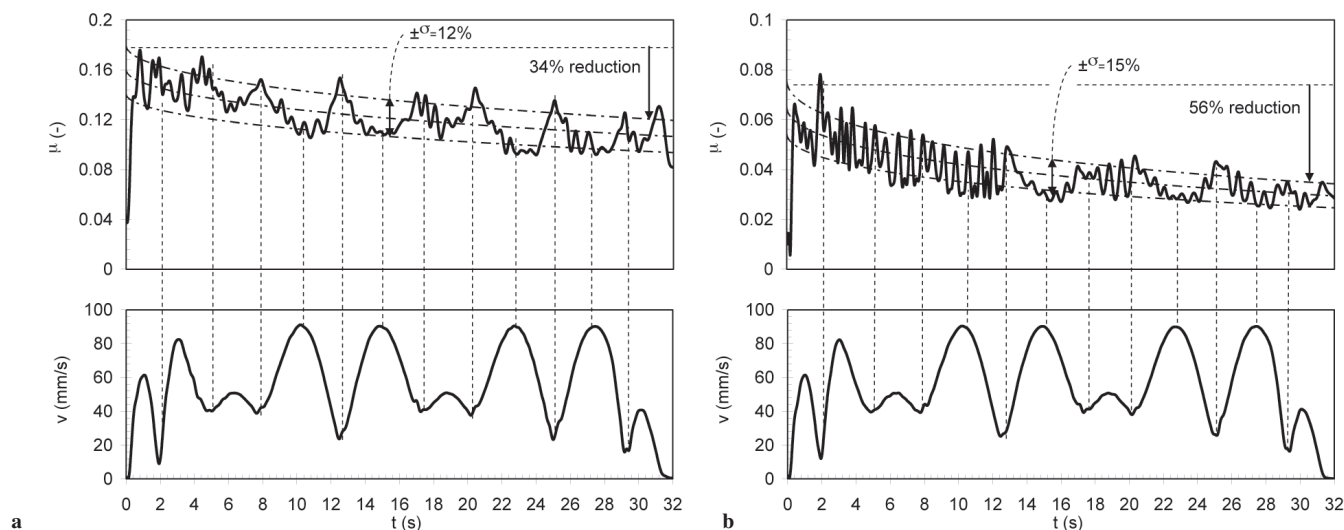


Fig. 9. Coefficient of friction and velocity trends for (a) CL test 01:  $p_c = 15$  MPa; (b) CL test 03  $p_c = 60$  MPa.  
Andamento del coefficiente d'attrito e della velocità nel tempo per (a) test 01 CL:  $p_c = 15$  MPa; (b) CL test 03  $p_c = 60$  MPa.

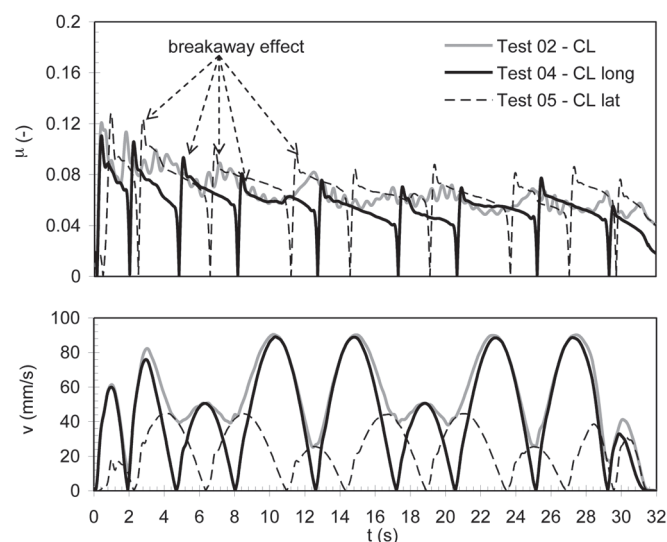


Fig. 10. Coefficient of friction and velocity for mono-directional and bi-directional tests: test 02, 04, and 05:  $p_c = 30$  MPa.  
Andamento del coefficiente d'attrito e della velocità nel tempo per prove mono-direzionali e bi-direzionali: test 02, 04, and 05:  $p_c = 30$  MPa.

where the coefficient of friction is affected by breakaway transition phases, contact pressure, sliding velocity, and temperature rise due to the heat flux generated across the sliding interface. These factors directly affect the shape of the friction coefficient-displacement loops, accordingly to four effects described in detail in Lomiento et al. (2013):

1. “breakaway effect”, i.e. the sudden increase of coefficient of friction  $\mu$  at the beginning of the motion or at each motion reversal;
2. “load effect”, i.e. the reduction of the coefficient of friction for increasing contact pressure;
3. “cycling effect”, i.e. the continue reduction of the coefficient of friction with the repetition of cycles, more pronounced for high-pressure and high-velocity sliding motion, due to the temperature rise at the sliding surfaces;

4. “velocity effect”, i.e. the variation of the coefficient of friction with the sliding velocity.

By removing the restoring force contribution from the experimental data, these effects are clearly visible in the trends of the coefficient of friction from both mono-directional and bi-directional tests. For instance, the variation of the coefficient of friction  $\mu$  for the cloverleaf tests 01 and 03 is plotted versus time in Fig. 9 where the dashed lines indicate the mean and standard deviation trends. Velocity trends are plotted right below the coefficient of friction.

From the comparison of Fig. 9(a) and 9(b), the load effect is recognized as a global reduction of  $\mu$  due to the increased contact pressure from test 01 ( $p_c = 15$  MPa) to test 03 ( $p_c = 60$  MPa). An aspect that appears remarkably important in both tests is the continuous degradation of the coefficient of friction. The average reduction is due to the cycling effect and is proportionally higher in test 03 than in test 01 (56% versus 34% of the initial value) because of the higher contact pressure and consequent more intense heating. In addition to this continuous degradation, a fluctuation of  $\mu$  between relative maximum and minimum values is also occurring. This fluctuation of the coefficient of friction is due to a combination of the velocity effect (increment of  $\mu$  as the sliding velocity increases), and a heating effect (reduction of  $\mu$  due to local high temperature values). The reduction due to the local heating overcomes the increment due to the velocity effect. For this reason, the coefficient of friction is reduced even at peak sliding velocity occurring at zero displacement for cloverleaf tests. An experimental datum that confirms this statement is the standard deviation  $\sigma$  of the fluctuation, which is higher in the high pressure test (~15% of the average values) than in the low pressure test (~12%) because of the higher heat flux. A similar fluctuation was noticed also for mono-directional tests (Lomiento et al. 2013), but appears more significant for bi-directional tests.

Tab. 5. Components of the friction model.

Effect	Contribution	Experimental parameters
Load	$f_N(N) = \mu_{s0} \cdot e^{-N/N_{ref}}$ (16)	$\mu_{s0}$ = null-load coefficient of friction $N_{ref}$ = load associated to a 63% friction reduction due to load effects
Cycling	$f_C(C) = e^{-(C/C_{ref})^\beta}$ (17)	$C_{ref} = C$ associated to a 63% friction reduction due to cycling effects (reference heat flux, dimensions of power per unit surface) $\beta$ = exponential rate of the friction degradation
Velocity	$f_v(\nu) = \gamma + (1 - \gamma) \cdot e^{- \nu /\nu_{ref}}$ (18)	$\gamma$ = fast/slow motion friction coefficient ratio $\nu_{ref} = \nu$ associated to a 63% variation of the slow motion coefficient of friction due to velocity increment

Tab. 6. Values of the experimental parameters for the isolator under investigation.

Effect	Parameter	Value
Load	$\mu_{s0}$	0.103
	$N_{ref}$	12300 kN
Cycling	$C_{ref}$	9700 kN/ms
	$\beta$	0.5
Velocity	$\gamma$	1.40
	$\nu_{ref}$	10 mm/s

The breakaway effect appears more pronounced in mono-directional tests where full motion reversal occurs frequently, rather than in bi-directional tests. This is visible in Fig. 10, where the coefficient of friction from mono-directional tests 04 and 05 (longitudinal and lateral component of cloverleaf tests) are compared with the results from the related bi-directional test 02. Spikes due to breakaway effects in the coefficient of friction are only visible for mono-directional tests.

In this study, the friction force is obtained through the phenomenological model proposed in Lomiento et al. (2013) which considers the friction coefficient of  $\mu$  as the product of three independent contributions:

$$\mu(N, C, \nu) = f_N(N) \cdot f_C(C) \cdot f_v(\nu) \quad (14)$$

where  $f_N, f_C, f_v$  are functions that take into account the load, cycling and velocity effects, respectively,  $N > 0$  is the compressive vertical load,  $\nu$  the sliding velocity and  $C$  the cycling variable defined as:

$$C(t) = \frac{2}{\alpha \pi^2 A^2} \int_{t_0}^t N \nu^2 dt \quad (15)$$

The cyclic variable has the dimensions of a heat flux, i.e. the rate of heat transfer per unit cross-sectional area. It represents the temperature effects under the hypothesis of uniform distribution of the heat flux on the sliding surface. This assumption, introduced here for simplicity, disregards the existence of higher heat fluxes in areas interested by more frequent and faster sliding activity. A more complete description of the phenomenon can be found in Lomiento et al. (2013).

The three components of Eq. 14 can be modeled as reported in Table 5.

The experimental parameters listed in Table 5 can be identified from laboratory tests under different vertical loads and varying velocity. For the specific de-

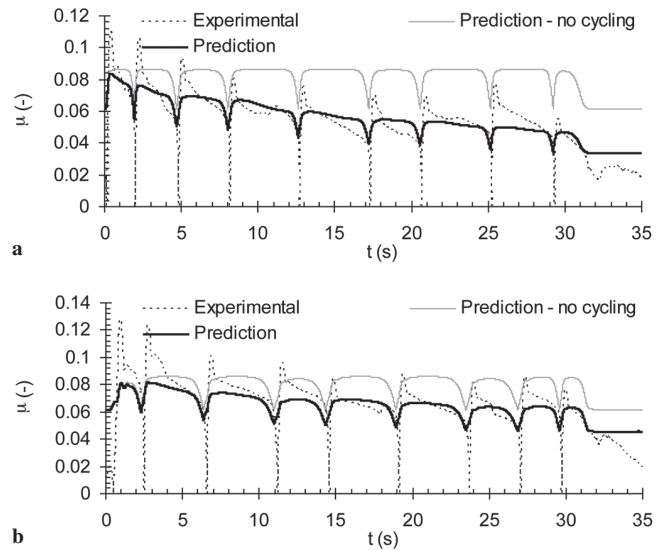


Fig. 11. Coefficient of friction in mono-directional tests: (a) test 04 CL longitudinal component; (b) test 05 CL lateral component. Coefficiente d'attrito per prove mono-direzionali: (a) test 04 CL componente longitudinale; (b) test 05 CL componente laterale.

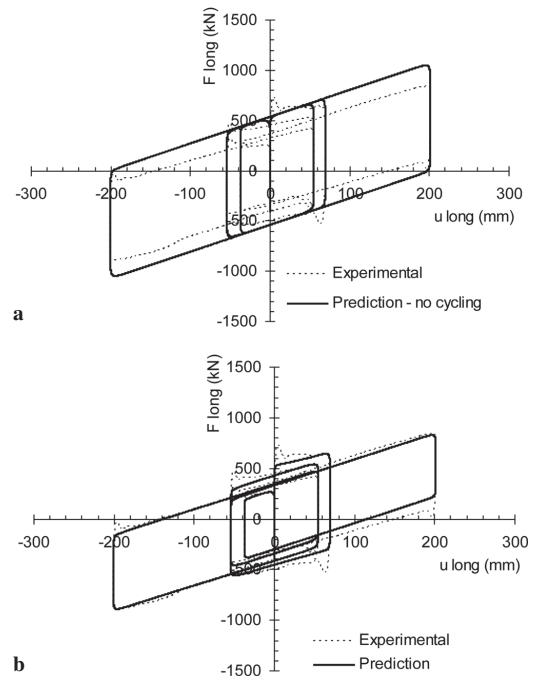


Fig. 12. Force-displacement loops in mono-directional test 04 CL longitudinal component: (a) prediction without cycling; (b) prediction with cycling. Cicli forza-spostamento per il test mono-direzionale 04 CL in direzione longitudinale: (a) risposta calcolata senza l'effetto di ripetizione ciclica; (b) risposta calcolata includendo l'effetto di ripetizione ciclica.

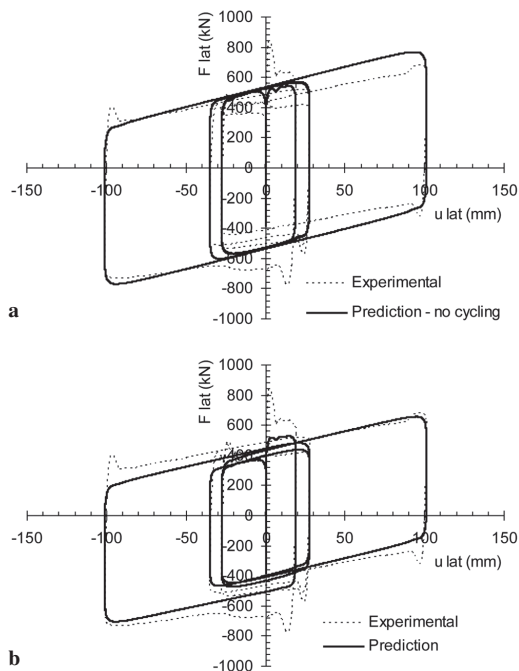


Fig. 13. Force-displacement loops in mono-directional test 05 CL lateral component: (a) prediction without cycling; (b) prediction with cycling. Cicli forza-spostamento per il test mono-direzionale 05 CL in direzione laterale: (a) risposta calcolata senza l'effetto di ripetizione ciclica; (b) risposta calcolata includendo l'effetto di ripetizione ciclica.

vice under study the values obtained are summarized in Table 6.

### Comparison of Numerical And Experimental Results Mono-Directional Tests

The experimental variation of the coefficient of friction during mono-directional tests 04 and 05 is presented in Fig. 11. In order to highlight the contribution of the cycling effect two prediction models are proposed. Neglecting the phenomena activated by the continuation of the motion (prediction-no cycling) the expected values of  $\mu$  are in substantial disagreement with the experimental results.

The degradation of  $\mu$  with time, introduced by cycling, is particularly noticeable along the longitudinal component of motion (Fig. 11(a)) due to higher velocity and displacements.

Force-displacement loops predicted with and without cycling are presented in Fig. 12(a) and 12(b) for the longitudinal component, and in Fig. 13(a) and 13(b) for the lateral component.

The application of the model to mono-directional tests confirms the good agreement between experimental evidence and model results when including the cycling effects.

### Bi-Directional Tests

The coefficient of friction predicted with and without cycling, for bi-directional tests 01 and 03, is presented in Fig. 14(a) and 14(b), respectively.

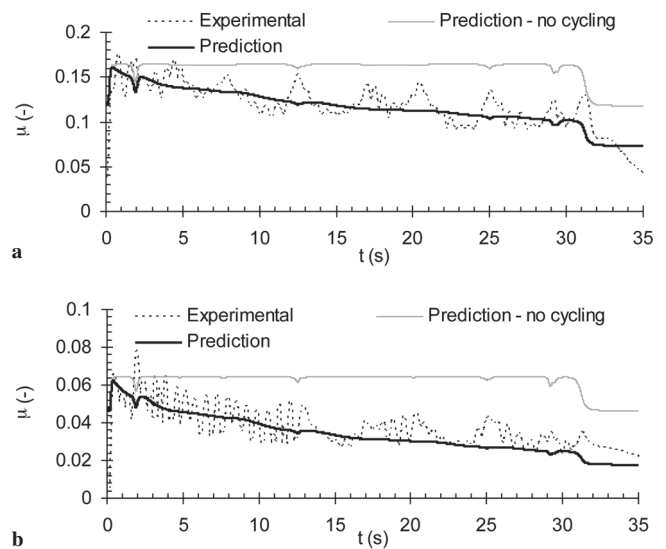


Fig. 14. Coefficient of friction in (a) CL test 01; (b) CL test 03. Coefficiente d'attrito (a) test 01 CL; (b) test 03 CL.

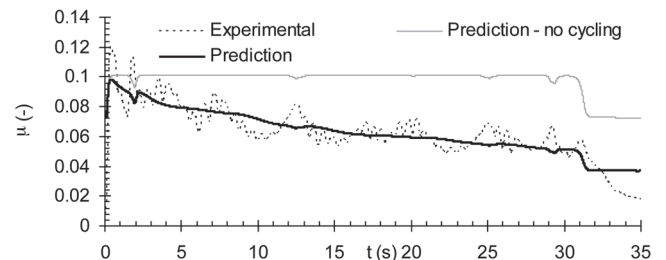


Fig. 15. Coefficient of friction for CL test 02. Coefficiente d'attrito per test 02 CL.

The high pressure test 03 appears more affected by the friction variation than the low pressure test 01. The model appears able to describe the cycling effect but a more sophisticated model is required to simulate the friction fluctuations.

For the cloverleaf test 02 the degradation and the fluctuation of  $\mu$  (Fig. 15) appeared more distinct than in the related longitudinal and lateral mono-directional test of Fig. 11. This could be ascribed to an increased significance of the cycling effect for multi-directional motions.

The numerical and experimental force-displacement loops for the two mono-directional components of test 02 are compared in Fig. 16 and Fig. 17.

Forces in the tests at the maximum displacement are overestimated by 48% if the cycling effect is not considered in the prediction. Even though a comprehensive model should include also the variation of the coefficient of friction due to local heating, the inclusion of the cycling effect appears to allow reasonable estimates of forces in concave sliding devices.

The force-displacement loops for bi-directional motion of Fig. 18 appears significantly narrower than the corresponding loops from mono-directional tests. This is due to the augmented reduction of the coefficient of friction due to thermal effects and the coexistence of sliding motion components in two directions. The



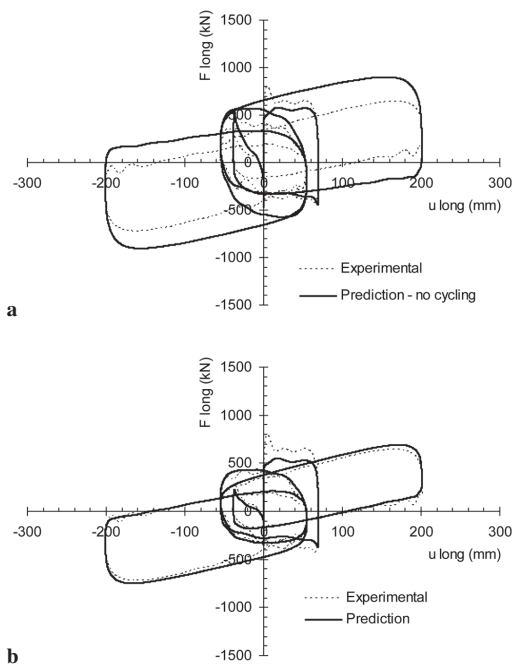


Fig. 16. Force-displacement loops in longitudinal direction from test 02 CL: (a) prediction without cycling; (b) prediction with cycling. Cicli forza-spostamento per il test 02 CL in direzione longitudinale: (a) risposta calcolata senza l'effetto di ripetizione ciclica; (b) risposta calcolata includendo l'effetto di ripetizione ciclica.

change in the loop shape is associated with a significant reduction, for bi-directional tests, in the energy dissipation. The energy dissipated in longitudinal direction reduces from 562 kNm for the mono-directional test to 430 kNm for the same component of the bi-directional test (reduction of 23%). In the lateral direction a reduction of 41% was observed. The device response obtained from mono-directional tests can thus over-estimate the real capability of dissipation with the consequence of potential under-estimate of peak displacements during a seismic event.

## Conclusions

An analytical model applicable to the prediction of bi-directional sliding behavior of friction pendulum isolators was experimentally validated. Bi-directional cloverleaf tests and mono-directional tests representing the longitudinal and lateral component of cloverleaf tests were performed on a full scale single pendulum concave sliding isolator under constant vertical loads. The analytical model predicted force-displacement loops that were in good agreement with the experimental ones.

The experimental results confirmed the accuracy of simplified expression to predict the restoring stiffness of the isolator if the effective radius  $R_{eff}$  is used instead of the actual radius of curvature of the sliding surface  $R$ . Associated with the restoring force, moments  $M_{rt}$  and  $M_{rb}$  are generated at the top and the bottom of the isolator, respectively. Moments at the bottom (sliding surface side) are generally higher than moments at the

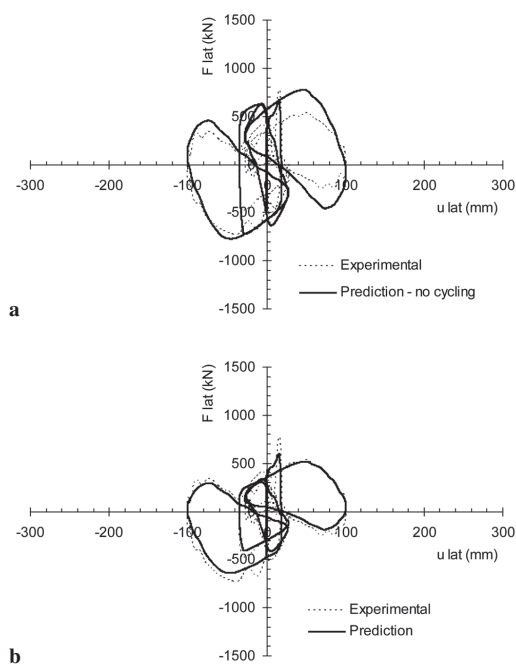


Fig. 17. Force-displacement loops in lateral direction from test 02 CL: (a) prediction without cycling; (b) prediction with cycling. Cicli forza-spostamento per il test 02 CL in direzione laterale: (a) risposta calcolata senza l'effetto di ripetizione ciclica; (b) risposta calcolata includendo l'effetto di ripetizione ciclica.

top plate (housing side) and should be taken into account for design purposes. For the isolator under investigation, the maximum moments observed were as high as  $M_{rb} = 1192$  kNm and  $M_{rt} = 180$  kNm.

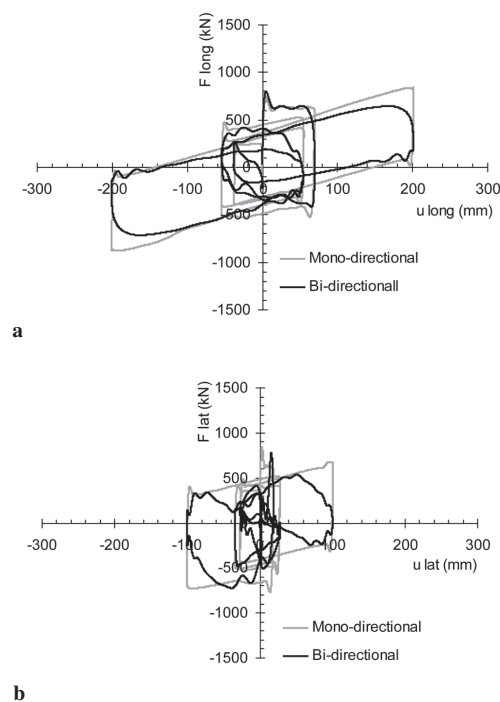


Fig. 18. Experimental force-displacement loops from bi-directional and mono-directional tests: (a) longitudinal direction; (b) lateral direction. Cicli sperimentali forza-spostamento per test mono e bi-direzionali: (a) componente longitudinale; (b) componente laterale.

The tests evidenced the significant variations of the coefficient of friction generated by heating during the sliding motion. These variations are more pronounced for high contact pressure and peak velocity of the motion. The continue reduction of the coefficient of friction with the repetition of cycles (cycling effect) and fluctuations due to the sliding motion over areas at different temperatures are visible for all the tests. A reduction up to 56% of the initial coefficient of friction was observed for the highest pressure test. Bi-directional tests, characterized by higher velocity values, produced a higher reduction of the friction coefficient than mono-directional tests. Neglecting the cycling effects and the bidirectional interaction could result in significant over-estimate of the frictional characteristic and capacity of energy dissipation. The energy dissipated in cloverleaf bi-directional tests was 23% and 41% lower than the energy dissipated in longitudinal and lateral mono-directional tests, respectively. For the above mentioned reasons a comprehensive design of structures equipped with this technology should be supported by a complete set of experimental data.

## References

- Almazan J.L. and De la Llera J.C. (2002). "Analytical Model of Structures with Frictional Pendulum Isolators". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 31: 305-332.
- Almazan J.L., De la Llera J.C. and Inaudi J.A. (1998). "Modeling Aspects of Structures Isolated with the Frictional Pendulum System". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 27: 845-867.
- Benzoni G. and Seible F. (1998). "Design of The Caltrans Seismic Response Modification Device (SRMD) Test Facility". USA – ITALY Workshop on Protective Systems. Report No. MCEER-98-0015, Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, New York City.
- Benzoni G., Bonessio N., Lomiento G. (2011). "Testing protocols for seismic isolation systems" in *Proceedings of 14th Conference of Seismic Engineering, ANIDIS 2011*, Bari.
- Bondonet G. and Filiatrault A. (1997). "Frictional Response of PTFE Sliding bearings at Higher Frequencies". *Journal of Bridge Engineering*. 2:4, 139-148.
- Chang J.C., Hwang J.S. and Lee G.C. (1990). "Analytical model for sliding behaviour of Teflon-stainless steel interfaces". *Journal of Engineering Mechanics*, 116(12), 2749-2763.
- Constantinou M.C., Mokha A. and Reinhorn A. (1990). "Teflon Bearings in Base Isolation, Part II: Modeling". *Journal of Structural Engineering*. 116:2 455-474.
- Fenz D.M. and Constantinou M.C. (2008). "Mechanical behavior of multi-spherical sliding bearings". Report No. MCEER 08-07, Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, NY.
- Lomiento G., Bonessio N. and Benzoni G. (2011). "Experimental Performance and Modeling of Sliding Anti-Seismic Devices". 7th World Congress on Joints, Bearings, and Seismic Systems for Concrete Structures, American Concrete Institute.
- Lomiento G., Bonessio N., Benzoni G. (2012). "Effects of Loading Characteristics on the Performance of Sliding Isolation Devices". 15th World Conference on Earthquake Engineering, Lisbon, Portugal.
- Lomiento G., Bonessio N. and Benzoni G. (2013). "Friction Model for Sliding Bearings Under Seismic Excitation". *Journal of Earthquake Engineering*. (DOI:10.1080/13632469.2013.814611).
- Mokha A., Constantinou M.C., Reinhorn A.M. and Zayas V. (1991). "Experimental study of friction pendulum isolation system". *Journal of Structural Engineering*. 117:4, 1201-1217.
- Mokha A., Constantinou M.C. and Reinhorn A.M. (1993). "Verification of friction model of teflon bearings under triaxial load". *Journal of Structural Engineering*. 119:1, 240-261.
- Soong T.T. and Constantinou M.C. (1994). *Passive and active structural vibration control in civil engineering*, Springer, New York.
- Tsai C.S. (1997). "Finite element formulations for friction pendulum seismic isolation bearings". *International Journal for Numerical Methods In Engineering*. 40:1, 29-49.
- Zayas V., Low S. and Mahin S. (1987). *The FPS earthquake resisting system*. Report No. CB/EERC-87/01, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California.

# Comportamento di isolatori a pendolo scorrevole soggetti ad eccitazione multi-direzionale

G. Lomiento, N. Bonessio, G. Benzoni

**SOMMARIO** – *L'utilizzo degli isolatori a pendolo scorrevole è in continua crescita in ragione della loro elevata capacità di spostamento e della loro stabile dissipazione di energia che, unitamente al loro ingombro limitato anche dovuto al recente impiego di materiali ad alta prestazione, li rendono particolarmente adatti per applicazioni sia su edifici sia su ponti. Nel presente lavoro si presentano i risultati di prove dinamiche su un isolatore a pendolo scorrevole in scala reale. La risposta del dispositivo è stata studiata tramite prove bi-direzionali a velocità variabile sotto diversi carichi di compressione. Nell'ambito delle prove effettuate, rappresentative di situazioni comunemente riscontrabili in eccitazioni sismiche assimilabili a terremoti di progetto, il comportamento di questi isolatori appare significativamente influenzato dalla multi-direzionalità del moto ed, in particolare, dalla degradazione del coefficiente di attrito conseguente all'incremento di temperatura delle superfici di scorrimento per effetto del moto. Un modello analitico per la previsione del comportamento in caso di moto bi-direzionale è stato validato sulla base dei risultati sperimentali. I risultati di questo studio suggeriscono l'importanza dell'utilizzo di specifici modelli, in grado di tener conto della multi-direzionalità del moto, nella progettazione di strutture munite di tali dispositivi antisismici.*

**Parole chiave:** *Isolatori ad attrito, isolamento sismico, modello analitico, eccitazione multi-direzionale.*

## Introduzione

I sistemi di isolatori a pendolo scorrevole sono attualmente tra le tecnologie più ampiamente usate per l'isolamento sismico di ponti, edifici e costruzioni industriali in ragione di alcune caratteristiche che li rendono estremamente convenienti. In particolare, il limitato ingombro di tali dispositivi, la cui altezza è notevolmente inferiore a quella di isolatori in gomma con simili caratteristiche prestazionali, li rende particolarmente adatti per l'adeguamento sismico di strutture esistenti. Tra le caratteristiche più importanti degli isolatori a pendolo scorrevole si possono annoverare l'elevata capacità di spostamento, limitata solo dalle dimensioni in pianta del dispositivo, e la capacità di imporre un determinato periodo di isolamento alla struttura sovrastante, funzione principalmente del raggio di curvatura della superficie concava di scorrimento.

Dal loro sviluppo iniziale e dalla sperimentazione preliminare condotta su una struttura a telaio a due piani (Zayas et al. 1987), sono stati condotti numerosi studi sperimentali e numerici sugli isolatori a pendolo scorrevole. Mokha et al. (1991) hanno presentato i risultati di prove su tavola vibrante condotte su un telaio a sei piani in acciaio in scala  $\sim 1/3$  in cui il rapporto tra altezza dei pilastri e massima luce tra i dispositivi era 2.25. I risultati di questo caso studio hanno dimostrato l'efficacia degli isolatori a pendolo nel ridurre spostamenti interpiano e nel controllare gli spostamenti residui. Una precisione di  $\pm 20\%$  rispetto al modello numerico è stata riscontrata nella previsione di forze e spostamenti indotti sugli isolatori da eccitazioni sismiche mono-direzionali. Significativi miglioramenti dal punto di vista della modellazione sono stati proposti da Tsai et al. (1997), che hanno sviluppato una formulazione generale agli elementi finiti per strutture soggette a movimenti tridimensionali nella quale sono inclusi gli effetti dei momenti flettenti agenti sulla porzione inferiore dell'isolatore e della variazione di forza verticale. Il modello proposto da Almazan et al. (1998) è in grado di

simulare il sollevamento ed il successivo impatto in direzione verticale. Una formulazione analitica per tenere conto degli effetti  $P-\Delta$  è stata successivamente presentata da Almazan et al. (2002), che hanno dimostrato come, per strutture soggette a movimenti impulsivi del terreno, i modelli che assumono l'equilibrio valutato su piccoli spostamenti possono condurre a differenze del 20% sulle caratteristiche globali di risposta del sistema di isolamento e di oltre il 50% sulle caratteristiche di risposta locale, quali la forza normale negli isolatori o le deformazioni inter-piano.

Numerosi studi specifici sono stati condotti sul comportamento attritivo all'interfaccia tra la superficie in acciaio lucidato a specchio ed il materiale a basso attrito responsabile dello scivolamento. Nella gran parte, gli studi sviluppati nei primi anni di utilizzo della tecnologia si sono occupati sostanzialmente di fluoropolimeri come il PTFE e hanno mostrato chiaramente la dipendenza delle forze di attrito dalla pressione di contatto e dalla velocità di scorrimento (Constantinou et al. 1990, Chang et al. 1990, Mokha et al. 1993, Soong e Constantinou 1994, Bondonet e Filiatrault 1997). Una dipendenza dagli stessi parametri è stata osservata anche per materiali di più recente utilizzo, costituiti da polimeri ad alta resistenza (Lomiento et al. 2011).

I più moderni laboratori di prova consentono ora mai di testare isolatori in scala reale soggetti ad una vasta gamma di carichi verticali e velocità di scorrimento, in condizioni rappresentative di condizioni di progetto, per eccitazioni multidirezionali (Benzoni et al. 2011, Lomiento et al. 2012). Dal confronto con i risultati sperimentali, la previsione basata su modelli comunemente accettati per gli isolatori a pendolo scorrevole risulta talvolta inadeguata. Sulla base di un ampio numero di risultati sperimentali, Lomiento et al. (2013) hanno mostrato che tener conto della degradazione dell'attrito per incrementi di temperatura generati dal moto di scivolamento può risultare cruciale per una corretta valutazione di forze, spostamenti e dissipazione di energia in isolatori soggetti ad eccitazioni sismiche.

L'attuale disponibilità di risultati sperimentali consente di convalidare il modello di attrito proposto da Lomiento et al. (2013), inizialmente calibrato sulla base di prove mono-direzionali, per eccitazioni bi-direzionali. A questo scopo, nel presente lavoro si presentano i risultati di prove sperimentali su un isolatore scorrevole, la cui analisi ha consentito un accurato studio del funzionamento a pendolo del dispositivo nonché della direzionalità delle forze di attrito.

## Campagna sperimentale

La tipologia di isolatore oggetto di studio è costituita dall'isolatore a pendolo scorrevole a singola curvatura, composto da un piastra d'acciaio superiore, sede dell'alloggiamento per l'articolazione interna, una piastra inferiore, all'interno della quale è realizzata una superficie concava semi-sferica ricoperta da acciaio lucidato a specchio, ed un'articolazione di forma lenticolare ricoperta da un polimero ad alta capacità portante, come mostrato in Fig. 1(a).

Un isolatore a scala reale è stato soggetto a prove sperimentali nel laboratorio Caltrans Seismic Response Modification Device (SRMD) presso l'università della California di San Diego, dotato di una tavola vibrante a 6 gradi di libertà specificatamente progettata per test in scala reale su isolatori e dissipatori (Benzoni and Seible 1998). Il campo di spostamenti consentito dalla tavola in direzione longitudinale è di  $\pm 1.22$  m con una capacità orizzontale in termine di forza pari a 9000 kN ed una capacità di carico verticale di 53400 kN. La velocità di picco che può essere raggiunta dalla tavola in direzione longitudinale è pari a 1.8 m/s. La procedura di installazione del dispositivo nella macchina di prova è consistente con le procedure standard di installazione dei dispositivi di isolamento. La piastra inferiore dell'isolatore è stata connessa alla tavola vibrante, mentre la parte superiore, con l'alloggiamento per l'articolazione interna, è stata ancorata alla trave trasversale di reazione che rappresenta il riferimento fisso per il moto, come mostrato in Fig. 1(b). Il carico verticale è stato applicato sollevando la tavola, che dopo l'applicazione del carico, mantenuto costante durante la prova, è stata mossa in controllo di spostamenti.

Le caratteristiche geometriche dell'isolatore, descritte in Fig. 2, sono state riportate in Tabella 1. Test bi-direzionali di tipo cloverleaf (a quadrifoglio) sono stati condotti sull'isolatore per tre differenti valori del carico verticale applicato. Le caratteristiche principali delle prove effettuate sono specificate in Tabella 2. Le prove cloverleaf sono state effettuate per verificare l'accuratezza del modello di predizione proposta per moti bi-direzionali, mentre le prove mono-direzionali, rappresentative delle singole componenti di moto in direzione longitudinale e laterale di una prova cloverleaf, sono state condotte per confronto con le prove bi-direzionali, in modo da evidenziare le differenze di comportamento dell'isolatore dovute alla multi-direzionalità del moto. Il percorso di spostamenti di una prova cloverleaf è rappresentato in Fig. 3(a). Le componenti di spostamenti in direzione longitudinali e laterali per la suddetta prova sono invece riportate in Fig. 3(b). I cicli di ampiezza limitata all'inizio ed alla fine della prova sono stati introdotti per ridurre gli effetti impulsivi di applicazione della forzante sul dispositivo.

Tab. 1. Caratteristiche geometriche dell'isolatore.

Dimensione	Valore (mm)
A	435
a	180
R	2235
r	375
T	40
t	120
h	160
d = r - h	215

Tab. 2. Protocollo di prova.

Prova #	Tipo di prova	Carico verticale $N$ (kN)	Pressione di contatto $p_c$ (MPa)	Spost. long. di picco $D_{long}$ (mm)	Vel. long. di picco $V_{long}$ (mm/s)	Spost. lat. di picco $D_{lat}$ (mm)	Vel. lat. di picco $V_{lat}$ (mm/s)
01	CL	3263	15	200	90	100	45
02	CL	6525	30	200	90	100	45
03	CL	13050	60	200	90	100	45
04	CL long. comp.	6525	30	200	90	—	—
05	CL lat. comp.	6525	30	—	—	100	45

Legenda: CL = prova tipo "cloverleaf";  $p_c = N/\pi a^2$ , in cui  $N > 0$  è il carico verticale di compressione.

## Comportamento dell'isolatore a pendolo scorrevole

La geometria dell'isolatore, ovvero la curvatura e le dimensioni delle superfici di scorrimento e dell'articolazione interna, le caratteristiche di resistenza e rigidità dei materiali e le caratteristiche di sistema, quali il valore del coefficiente di attrito, concorrono insieme al controllo della risposta del dispositivo e della struttura sovrastante alle azioni sismiche, in termini di forze e spostamenti. Il comportamento a pendolo scorrevole è comunemente considerato suddiviso in due componenti (Zayas et al. 1987): la componente legata alla forza di richiamo  $F_r$  e la componente associata alla forza di attrito  $F_f$ . La forza orizzontale risultante  $F_h$  sull'isolatore nel suo complesso può essere espressa nella forma generale:

$$F_h = i_r \cdot F_r + i_f \cdot F_f \quad (1)$$

dove  $i_r$  ed  $i_f$  sono vettori unitari che esprimono la direzione della forza di richiamo  $F_r$  e della forza di attrito  $F_f$ . La forza di richiamo è direttamente associata al comportamento a pendolo dell'isolatore dovuto alla curvatura della superficie di scivolamento, mentre la forza di attrito è generata all'interfaccia tra la superficie di scivolamento e l'articolazione interna.

## Comportamento a pendolo

Il comportamento a pendolo è originato dalla forma semi-sferica della superficie di scorrimento e la sua funzione è di produrre una forza di richiamo laterale che è funzione dell'entità del carico verticale applicato all'isolatore. La rigidità laterale associata a questa forza di richiamo è quindi funzione del carico verticale,



oltre che della geometria dell'isolatore. La determinazione della forza di richiamo richiede lo studio della cinematica dei tre componenti del dispositivo, rappresentata in Fig. 4(a) e Fig. 4(b). La componente orizzontale dello spostamento radiale  $u$  e l'associata componente verticale  $w$  possono essere espresse in termini della posizione dell'articolazione interna, identificata tramite l'angolo  $\theta$ , e della geometria del dispositivo. Nell'ipotesi di deformazioni nulle nei componenti dell'isolatore, rotazioni trascurabili della piastra superiore ed inferiore e di contatto non attrittivo, si possono derivare espressioni in forma chiusa per gli spostamenti  $u$  e  $w$ , come riportato in Fig. 4(b).

È importante notare che, come mostrato in Fig. 4(b), il percorso di spostamento della piastra superiore dell'isolatore, coincidente con lo spostamento della base della struttura sovrastante, avviene su una superficie sferica di raggio effettivo (Fenz and Constantinou 2008):

$$R_{eff} = R + d \quad (2)$$

Nella formulazione originale del comportamento a pendolo proposta da Zayas (1987) e generalmente utilizzata nei primi studi sul dispositivo (Tsai 1997, Almazan et al. 1998), le dimensioni fisiche dell'articolazione interna erano state trascurate ed il raggio effettivo era stato approssimato dal raggio di curvatura della superficie di scorrimento  $R$ . È da notare, tuttavia, che in numerosi isolatori di recente fabbricazione, il raggio effettivo  $R_{eff}$  differisce significativamente dal raggio di curvatura  $R$ , nella maggior parte dei casi in ragione del ridotto spessore degli isolatori. Per l'isolatore in oggetto, il raggio effettivo  $R_{eff}$  risulta ~10% maggiore del raggio di curvatura  $R$ .

Le espressioni in forma chiusa per gli spostamenti del dispositivo possono essere semplificate assumendo valida l'approssimazione di piccoli angoli. Per isolatori con un raggio in pianta della superficie concava  $A > R/3$ , gli errori associati a questa approssimazione sono estremamente ridotti (meno del 3% rispetto ai valori delle espressioni esatte in forma chiusa), con errori massimi in corrispondenza del massimo spostamento consentito dall'isolatore. Le espressioni esatte e semplificate delle espressioni per il massimo valore consentito dell'angolo  $\theta$ , dello spostamento radiale  $u$  e dello spostamento verticale  $w$  sono riportate in Tabella 3.

La forza di richiamo laterale  $F_r$ , la forza di contatto  $F_c$ , i momenti in sommità  $M_{rt}$  ed alla base  $M_{rb}$  associati alla forza di richiamo sono determinati sulla base dell'equilibrio delle forze interne ed esterne agenti sull'isolatore, rappresentato in Fig. 5(a), e possono essere espressi come funzioni del carico verticale  $N$ , della proiezione orizzontale dello spostamento radiale  $u$  e delle dimensioni geometriche dell'isolatore. Le espressioni esatte e semplificate per  $F_r$ ,  $F_c$  e per la pressione di contatto media  $p_c$  sono riportate in Tabella 4. La rigidezza di richiamo laterale  $K_r$  è definita in Eq. 8.

Si noti che i massimi errori associati alle espressioni approssimate per le forze sono generalmente più elevati dei massimi errori riscontrati per la predizione degli spostamenti dell'isolatore. Tuttavia, si consideri che questi errori si riducono significativamente al crescere del rapporto  $R/A$ . Per il dispositivo oggetto di studio, per esempio, per cui  $A \approx R/5$ , il massimo errore commesso nella predizione delle forze, ottenuto al raggiungimento del massimo spostamento radiale, risulta <1%.

Come mostrato in Fig. 5(b), la forza laterale di richiamo  $F_r$  è sempre diretta verso il centro geometrico della superficie concava di scorrimento. In un sistema di assi cartesiani di riferimento con origine nel centro dell'isolatore, il vettore che esprime la direzione della forza di richiamo è quindi espresso come

$$i_r = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{u} \quad (9)$$

Nel modello presentato, si assumono nulle le imperfezioni della superficie concava di scorrimento e le eccentricità dovute a possibili difetti di posizionamento dell'articolazione interna.

Se le Eq. 8(b) e 9 sono sostituite nell'Eq. 1, in condizioni di carico verticale costante, il contributo della forza di richiamo  $F_r$  cresce linearmente con lo spostamento radiale, proporzionalmente alla rigidezza di richiamo  $K_r$ . Il contributo della forza di attrito  $F_f$  si aggiunge a quello della forza di richiamo  $F_r$  per produrre il generico ciclo forza-spostamento di Fig. 6(a). In Fig. 6(b), il contributo della forza di richiamo è stato rappresentato sui cicli sperimentali ottenuti nella prova mono-direzionale 04.

Si noti che la rigidezza calcolata sulla base del raggio di curvatura  $R$  è più elevata della reale rigidezza ottenuta usando il raggio effettivo  $R_{eff}$  (Eq. 8 (b)). La forza di richiamo calcolata sulla base di  $R_{eff}$  appare in buon accordo con i dati sperimentali, come evidenziato dal parallelismo tra la porzione superiore ed inferiore del ciclo di Fig. 6(b) con la rigidezza di richiamo.

In concomitanza con la forza di richiamo, i momenti  $M_{rt}$  e  $M_{rb}$  agiscono rispettivamente alla sommità ed alla base dell'isolatore. Questi momenti sono originati dall'eccentricità della forza di contatto rispetto al centro della piastra superiore ed inferiore del dispositivo. Dall'equilibrio rotazionale, si ottengono le seguenti espressioni per i momenti:

$$M_{rt} = F_r \cdot e_{rt} = F_r \cdot (r + t) \quad (10)$$

$$M_{rb} = F_r \cdot e_{rb} = F_r \cdot (R + T) \quad (11)$$

in cui  $e_{rt}$  ed  $e_{rb}$  sono i bracci della forza  $F_r$  dalla piastra superiore ed inferiore rispettivamente. Si noti che, generalmente,  $e_{rb} > e_{rt}$  (2275 mm e 345 mm per il dispositivo oggetto di studio). Sebbene i momenti alla sommità dell'isolatore possano talvolta essere trascurati, i momenti alla base dell'isolatore possono risultare particolarmente elevati ed i loro effetti possono essere significativi, in particolar modo sulla struttura al di sotto del sistema d'isolamento. I massimi momenti raggiunti durante il test 04 di Fig. 6(b) sono risultati  $M_{rb} = 1192$  kNm e  $M_{rt} = 180$  kNm. Nei frequenti casi in cui l'isolatore è installato in configurazione rovesciata, con l'alloggiamento per l'articolazione interna alla base e la superficie di scivolamento in sommità, i momenti ovviamente sono rovesciati anche loro, con valori maggiori in sommità piuttosto che alla base.

### Comportamento attrittivo

Le forze attrittive al di sopra ed al di sotto dell'articolazione interna creano un momento ribaltante che viene bilanciato da una traslazione delle forze di contatto  $F_c$  rispetto alla posizione teorica di Fig. 5(a). Questa traslazione prova un disallineamento delle forze di contatto che nel presente studio viene per semplicità trascurato.

Tab. 3. Formule esatte ed approssimate per i fondamentali parametri di risposta.

Variabile	Espressione esatta	Espressione semplificata	Errore per $A < R/3$
Angolo massimo	$\theta_{\max} = \sin^{-1}\left(\frac{A}{R}\right) - \sin^{-1}\left(\frac{a}{R}\right)$ (3a)	$\theta_{\max} = \frac{A-a}{R}$	$< 2\%$ (3b)
Spost. radiale	$u = R_{\text{eff}} \sin \theta$ (4a)	$u = R_{\text{eff}} \theta$	$< 2\%$ (4b)
Spost. verticale	$w = R_{\text{eff}}(1 - \cos \theta)$ (5a)	$w = R_{\text{eff}} \theta^2/2$	$< 3\%$ (5b)

Tab. 4. Formule esatte ed approssimate per le forze dell'isolatore.

Variabile	Espressione esatta	Espressione semplificata	Errore per $A < R/3$
Forze di contatto	$F_c = \frac{N}{\cos \theta}$ (6a)	$F_c = N$	$< 6\% \frac{A-a}{A}$ (6b)
Pressione di contatto	$p_c = \frac{N}{\cos \theta} \frac{1 + \sqrt{1 - (a/R)^2}}{2\pi a^2}$ (7a)	$p_c = \frac{N}{2\pi a^2}$	$< 6\% \frac{A-a}{A}$ (7b)
Forza di richiamo	$F_r = K_r \cdot u = \frac{N}{R_{\text{eff}} \cos \theta} \cdot u$ (8a)	$F_r = K_r \cdot u = \frac{N}{R_{\text{eff}}} \cdot u$	$< 6\% \frac{A-a}{A}$ (8b)

L'eccentricità in pianta delle forze attrittive genera un momento torsionale che produce un moto di rotazione dell'articolazione interna attorno al suo asse normale che avviene contemporaneamente al moto traslazionale di scivolamento. Per la concomitanza di moti rotazionali e traslazionali, il contributo resistente dovuto alla forza attrittiva non è necessariamente parallelo alla proiezione orizzontale del vettore velocità. La diversa orientazione del vettore delle forze attrittive dal vettore velocità è indicata con l'angolo  $\Delta\phi$  in Fig. 7(a). In Fig. 7(b) le direzioni di forza attrittiva, vettore velocità e forza di richiamo sono rappresentate in un punto generico del percorso di spostamenti della prova cloverleaf 02.

In Fig. 8 si confrontano gli angoli  $\phi$  dei vettori velocità e forza, misurati rispetto alla direzione longitudinale del moto assunta a riferimento. La differenza in angolo tra i due vettori ad ogni istante è risultata approssimativamente costante durante tutti le prove cloverleaf, indipendentemente dal carico verticale applicato. In base ai risultati sperimentali, la differenza angolare è stata valutata come:

$$\Delta\phi \approx 4 \cdot \sin^{-1}(h/R_{\text{eff}}) \quad (12)$$

in cui  $h$  è l'altezza dell'articolazione interna ed  $R_{\text{eff}}$  il raggio effettivo di curvatura. Per superfici di scorrimento piate ( $R_{\text{eff}} \rightarrow \infty$ ), la differenza angolare diventa nulla e la forza attrittiva è diretta come la velocità, ovvero nella direzione del moto. Per l'isolatore in oggetto si è identificato una differenza angolare tra i due vettori pari a  $\Delta\phi \approx 14^\circ$ .

Come conseguenza della differenza angolare, la direzione del vettore delle forze attrittive è data da:

$$i_t = \begin{bmatrix} \sin(\phi_t) \\ \cos(\phi_t) \end{bmatrix} \quad (13)$$

dove  $\phi_t = \arctan 2 \left( \frac{\sin(\phi_v + \dot{\phi}_v / |\dot{\phi}_v| \Delta\phi)}{\cos(\phi_v + \dot{\phi}_v / |\dot{\phi}_v| \Delta\phi)} \right)$  è l'angolo della

forza attrittiva e  $\phi_v = \arctan 2 \left( \frac{\nu_y}{\nu_x} \right)$  è l'angolo della direzione del moto, calcolata sulla base delle componenti ortogonali  $\nu_x$  e  $\nu_y$  del vettore velocità. Arctan2 è la funzione arcotangente a due argomenti che permette di distinguere tra direzioni diametralmente opposte.

In accordo con la teoria semplificata di Coulomb per corpi soggetti a scivolamento, la forza di attrito è direttamente proporzionale al carico normale applicato e si oppone alla direzione del moto. Il coefficiente di attrito dinamico è considerato indipendente dall'area effettiva di contatto e dalla velocità di scivolamento. Tuttavia, l'esperienza sperimentale dimostra che questa teoria semplificata non può essere applicata a dispositivi a pendolo scorrevole per i quali le forze attrittive risultano significativamente condizionate da fasi di transizioni del moto da statico a dinamico (breakaway), pressioni di contatto, velocità di scivolamento e incrementi di temperatura generati all'interfaccia di scivolamento. Questi fattori condizionano significativamente la forma dei cicli forza-spostamento di questi isolatori, secondo i quattro effetti descritti in dettaglio in (Lomiento et al. 2013):

1. "effetto di breakaway", ovvero il repentino incremento del coefficiente di attrito  $\mu$  all'inizio del moto ed ad ogni inversione del moto;
2. "effetto del carico", ovvero la riduzione del coefficiente di attrito al crescere della pressione di contatto;
3. "effetto di ripetizione ciclica", ovvero la continua riduzione del coefficiente di attrito con la ripetizioni di cicli, maggiormente pronunciata per alte pressioni e alte velocità del moto di scivolamento, dovuta all'incremento di temperature delle superfici di scorrimento.
4. "effetto della velocità", ovvero la variazione del coefficiente di attrito con la velocità di scivolamento.

Rimuovendo il contributo della forza di richiamo dai dati sperimentali, questi effetti sono chiaramente visibili nell'andamento del coefficiente di attrito  $\mu$  col tempo durante le prove, sia mono-direzionali sia bi-direzionali. La variazione di  $\mu$  nelle prove 01 e 03 è rappresentata in Fig. 9, in cui le linee tratteggiate indicano la variazione media  $\pm$  la deviazione standard. Immediatamente al di sotto, si riportano gli andamenti delle velocità di scivolamento.

Dal confronto tra la Fig. 9(a) e 9(b), l'effetto del carico è riconoscibile in forma di riduzione globale del coefficiente di attrito dalla prova 01 alla prova 03 per effetto della maggior pressione di contatto, che varia da  $p_c = 15$  MPa a  $p_c = 60$  MPa. Un aspetto particolarmente evidente è la continua riduzione del coefficiente

di attrito durante le prove. La riduzione media, dovuta all'effetto di ripetizione dei cicli, è maggiore nella prova 03 che nella prova 01 (55% contro 34% del valore iniziale) in ragione della più alta pressione di contatto che è causa di un riscaldamento più severo durante lo scivolamento. Le continue fluttuazioni del coefficiente di attrito tra minimi e massimi relativi, che si aggiunge alla continua riduzione nel tempo, è dovuta alla combinazione dell'effetto di velocità (incremento di  $\mu$  al crescere della velocità) con un effetto di riscaldamento locale (riduzione di  $\mu$  in corrispondenza di alti valori locali di temperatura). Nelle prove effettuate, la riduzione dovuta al riscaldamento locale prevale sull'effetto di velocità e, per questa ragione, il coefficiente d'attrito mostra valori minimi in corrispondenza dei picchi di velocità, che si verificano nella zona centrale più calda dell'isolatore. Un dato sperimentale a conferma di quanto appena evidenziato è la deviazione standard  $\sigma$  della fluttuazione, che è maggiore nella prova a pressione più alta (~15% del valor medio) rispetto alla prova a pressione inferiore (~12%) in ragione di un maggiore flusso di calore. Fluttuazioni simili sono state notate anche in prove mono-direzionali (Lomiento et al. 2013) ma appaiono significativamente più pronunciate in prove bi-direzionali.

L'effetto di breakaway è più significativo nelle prove mono-direzionali, per effetto delle frequenti inversioni del moto, che nelle prove bi-direzionali, come evidente in Fig. 10 dove l'andamento del coefficiente di attrito dalle prove mono-direzionali 04 e 05 (componente longitudinale e laterale della prova cloverleaf) è confrontato con l'andamento riscontrato nella corrispondente prova bi-direzionale. I repentini incrementi di attrito dovuti all'effetto di breakaway sono visibili solo nelle prove mono-direzionali.

Nel presente studio, il modello fenomenologico proposto in (Lomiento et al. 2013) è stato usato per predire la variazione del coefficiente di attrito  $\mu$ , che è espresso come prodotto di tre contributi indipendenti:

$$\mu(N, C, \nu) = f_N(N) \cdot f_C(C) \cdot f_\nu(\nu) \quad (14)$$

dove  $f_N$ ,  $f_C$ ,  $f_\nu$  sono funzioni che tengono conto rispettivamente dell'effetto di carico, ripetizione ciclica e velocità, in funzione del carico verticale di compressione  $N \geq 0$ , della velocità di scivolamento  $\nu$  e della variabile di ripetizione ciclica  $C$  definita come:

$$C(t) = \frac{2}{\alpha \pi^2 A^2} \int_{t_0}^t N \nu^2 dt \quad (15)$$

La variabile di ripetizione ciclica ha le dimensioni di un flusso di calore, ovvero del tasso di calore trasferito per unità di superficie, ed è rappresentativa dell'incremento di temperatura nell'ipotesi di distribuzione uniforme del flusso di calore sulla superficie di scivolamento. Questa ipotesi semplificativa è in disaccordo con la presenza di maggiori temperature nelle porzioni della superficie di scivolamento interessate da più frequenti e più veloci moti di scivolamento ed è quindi non adeguata a descrivere le fluttuazioni del coefficiente d'attrito per effetti termici locali. Una descrizione più completa del fenomeno è riportata in (Lomiento et al. 2013).

Le tre componenti dell'Eq. 14 possono essere espresse tramite le funzioni riportate in Tabella 5. I parametri sperimentali elencati in Tabella 5 sono identificati sulla base di prove sperimentali di laboratorio

condotte per diversi carichi verticali applicati e velocità variabili. Per il dispositivo in oggetto, i valori determinati sulla base delle prove effettuate sono riportati in Tabella 6.

## Confronto tra risultati numerici e sperimentali

### Prove mono-direzionali

La validazione sperimentale del coefficiente di attrito durante le prove mono-direzionali 04 e 05 è presentata in Fig. 11. Per sottolineare il contributo dell'effetto di ripetizione dei cicli, sono stati utilizzati due modelli, uno che includesse il degrado del coefficiente d'attrito e l'altro che includesse solo gli effetti del carico e della velocità. Come evidente dalla Fig. 11, trascurare i fenomeni di degrado dovuti al continuo moto di scivolamento comporta significative differenze tra la predizione ed i risultati sperimentali.

La riduzione di  $\mu$  col tempo per effetto della ripetizione ciclica è particolarmente evidente per la componente longitudinale del moto di Fig. 11(a) in ragione di valori più elevati di velocità e spostamenti.

I cicli forza-spostamento predetti considerando e non considerando l'effetto di ripetizione ciclica sono confrontati con i corrispondenti cicli sperimentali in Fig. 12(a) e 12(b) per la componente longitudinale ed in Fig. 13(a) e 13(b) per la componente laterale.

L'applicazione del modello di attrito conferma il buon accordo tra risultati sperimentali e predizione del comportamento a condizione che gli effetti di ripetizione ciclica siano inclusi nel modello.

### Prove bi-direzionali

In Fig. 14(a) e 14(b) si confronta l'andamento sperimentale del coefficiente di attrito nel tempo con i risultati del modello con e senza effetti di ripetizione ciclica per le prove bi-direzionali 01 e 03.

La variazione di attrito appare significativamente maggiore nella prova 03 ad alta pressione che nella prova 01, in cui la pressione di contatto era significativamente più bassa. Come già evidenziato, il modello proposto appare adeguato a descrivere l'effetto di continua riduzione del coefficiente di attrito ma non le continue fluttuazioni dovute a fenomeni di riscaldamento locale, per i quali sarebbe necessario un modello più sofisticato.

Per la prova cloverleaf 02, sia gli effetti di degrado che le fluttuazioni sono più evidenti che nelle corrispondenti prove mono-direzionali di Fig. 11 in ragione dell'intuitibile maggiore effetto di riscaldamento associato al moto multi-direzionale rispetto al moto mono-direzionale. Di conseguenza, trascurare l'effetto di ripetizione ciclica comporta errori più significativi nella modellazione del comportamento bi-direzionale dell'isolatore che nel comportamento mono-direzionale.

I cicli sperimentali forza-spostamento ottenuti nella prova bi-direzionale 02 in direzione longitudinale e laterale sono confrontati con i cicli predetti da modello in Fig. 16 e Fig. 17.

Le forze predette in corrispondenza del massimo spostamento risultano sovrastimate fino al 48% se gli effetti di ripetizione ciclica non sono inclusi nel modello. Sebbene un modello completo dovrebbe includere

Tab. 5. Componenti del modello numerico

Effetto	Contributo	Parametro sperimentale
Carico	$f_N(N) = \mu_{s0} \cdot e^{-N/N_{ref}} \quad (17)$	$\mu_{s0}$ = coefficiente d'attrito a carico nullo $N_{ref}$ = carico corrispondente ad una riduzione di attrito del 63% per l'effetto del carico
Ripetizione ciclica	$f_C(C) = e^{-(C/C_{ref})^\beta} \quad (18)$	$C_{ref}$ = C corrispondente ad una riduzione di attrito del 63% per l'effetto della ripetizione ciclica (flusso di calore di riferimento, con unità di potenza per superficie unitaria) $\beta$ = tasso esponenziale di degrado dell'attrito
Velocità	$f_v(\nu) = \gamma + (1 - \gamma) \cdot e^{- \nu /\nu_{ref}} \quad (19)$	$\gamma$ = rapporto tra coefficienti d'attrito veloce / lento $\nu_{ref}$ = $\nu$ corrispondente ad una variazione del 63% del coefficiente d'attrito per effetto dell'incremento di velocità

Tab. 6. Valori sperimentali per l'isolatore oggetto di studio

Effetto	Parametro	Valore
Carico	$\mu_{s0}$	0.103
	$N_{ref}$	12300 kN
Ripetizione ciclica	$C_{ref}$	9700 kN/ms
	$\beta$	0.5
Velocità	$\gamma$	1.40
	$\nu_{ref}$	10 mm/s

anche gli effetti di fluttuazione dovuti a riscaldamenti locali, l'inclusione degli effetti di ripetizione ciclica già consente una ragionevole stima delle forze negli isolatori a pendolo scorrevole.

Un ulteriore aspetto da sottolineare è che i cicli forza-spostamento da prove bi-direzionali sono più stretti dei corrispondenti cicli ottenuti da prove mono-direzionali, come mostrato in Fig. 18. Ciò è dovuto alla maggiore riduzione del coefficiente di attrito per effetti termici ed alla coesistenza del moto di scivolamento in due direzioni. Il cambiamento della forma del ciclo è associato ad una significativa riduzione dell'energia dissipata in ciascuna direzione per le prove bi-direzionali. L'energia dissipata in direzione longitudinale si riduce infatti da 562 kNm della prova mono-direzionale a 430 kNm per la corrispondente componente della prova bi-direzionale (riduzione del 23%). In direzione laterale si osserva una ancor più significativa riduzione del 41%. La risposta del dispositivo ottenuta in prove mono-direzionali può quindi sovrastimare la reale capacità di dissipazione energetica dell'isolatore ed assumere una aumentata capacità di dissipazione può provocare una potenzialmente significativa sottostima dei massimi spostamenti attesi durante eccitazioni sismiche.

## Conclusioni

Un modello analitico per la predizione del comportamento bi-direzionale di isolatori a pendolo scorrevole è stato validato sulla base di risultati sperimentali. Prove bi-direzionali di tipo cloverleaf (quadrifoglio) e prove mono-direzionali riproducenti le singole componenti, longitudinale e laterale, delle prove bi-direzionali sono state condotte su un dispositivo in scala reale soggetto a diversi livelli di carico verticale. I cicli forza-spostamento predetti tramite il modello analitico proposto sono risultati in un buon accordo con i cicli sperimentali.

I risultati delle prove hanno confermato l'accuratezza delle espressioni semplificate per la modellazione della rigidità di richiamo dell'isolatore, a condizione che il raggio effettivo di curvatura  $R_{eff}$  venga usato al posto del raggio di curvatura della superficie concava di scorrimento  $R$ . Per effetto dell'eccentricità del carico rispetto al centro dell'isolatore, nella generica configurazione deformata si sviluppano momenti flettenti sia alla base ( $M_{rb}$ ) che alla sommità ( $M_{rt}$ ) dell'isolatore. Detti momenti sono proporzionali alla forza di richiamo e possono risultare tanto elevati da non poter essere trascurati nelle analisi strutturali, in particolare alla base dell'isolatore, ovvero dal lato della superficie concava di scorrimento. I massimi momenti durante le prove sull'isolatore in oggetto sono risultati  $M_{rb} = 1192$  kNm e  $M_{rt} = 180$  kNm.

Le prove hanno evidenziato significative variazioni del coefficiente di attrito dovute al calore generato all'interfaccia di scorrimento durante il moto. Tali variazioni sono risultate maggiormente significative nelle prove a più elevato carico verticale e maggiore velocità di scorrimento. In tutte le prove sono state evidenziate una continua riduzione del coefficiente d'attrito al procedere dei cicli di deformazione (effetto di ripetizione ciclica) e fluttuazioni dovute al passaggio dell'articolazione interna su porzioni a diversa temperatura della superficie di scorrimento. Riduzioni del coefficiente di attrito fino al 56% del valore iniziale sono state riscontrate nelle prove a più alto carico verticale. Le fluttuazioni sono risultate maggiori nelle prove bi-direzionali che nelle prove mono-direzionali, in ragione delle maggiori velocità di scorrimento raggiunte durante queste prove e di una maggiore disuniformità nella distribuzione delle temperature sulla superficie di scorrimento. Nelle prove bi-direzionali si sono riscontrati valori del coefficiente d'attrito fino al 25% inferiori a quelli evidenziati nelle corrispondenti prove mono-direzionali come conseguenza della multi-direzionalità del moto e del maggior degrado del coefficiente di attrito per effetti termici. In generale, trascurare gli effetti ciclici e l'interazione bi-direzionale nella predizione del comportamento degli isolatori a pendolo scorrevole può comportare una significativa sovrastima delle forze di attrito e della conseguente capacità dissipativa. L'energia dissipata nelle prove bi-direzionali è risultata circa il 70% dell'energia totale dissipata nelle corrispondenti prove-monodirezionali. Per questo motivo, una completa caratterizzazione meccanica del comportamento di tali dispositivi è un prerequisito essenziale per la progettazione di strutture protette tramite questa tecnologia di isolamento.